TEST IZ SREDNJOŠKOLSKE MATEMATIKE

Šifra zadatka: 22222

Zadaci 1-2 vrede 3 poena, zadaci 3-7 po 4 poena, zadaci 8-13 po 5 poena, zadaci 14-18 po 6 poena, i zadaci 19-20 po 7 poena. Pogrešan odgovor donosi -10% od broja poena za tačan odgovor. Zaokruživanje N ne donosi ni pozitivne ni negativne poene. U slučaju zaokruživanja više od jednog odgovora, kao i u slučaju nezaokruživanja ni jednog odgovora, dobija se -1 poen. Test se radi 180 minuta.

1. Vrednost izraza $\left(\frac{116690151}{427863887}\cdot\left(3+\frac{2}{3}\right)\right)^{-2}-\left(\frac{427863887}{116690151}\cdot\left(1-\frac{8}{11}\right)\right)^{-2}$ je:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 0.25 (E) $\frac{130}{33}$ (N)

2. Za iskaze:

(I) Središta stranica proizvoljnog romba su temena nekog kvadrata.
(II) Središta stranica proizvoljnog romba su temena nekog pravougaonika.
(III) Središta stranica proizvoljnog pravougaonika su temena nekog romba.

ispitati koje od sledećih rečenica su tačne:

(A) sva tri iskaza su tačna (B) nijedan od prethodna tri iskaza nije tačan
(C) (III) sleduje (I) (D) (II) ili (III) (E) (I) i (III) (N)

3. Vrednost izraza $\log_{1/9}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{1/2}8\right)$ je:

(A) $1/3$ (B) $-1/3$ (C) $-1/2$ (D) $1/2$ (E) $\log_{1/9}4$ (N)

4. Neka za vrednost realnog parametra p polinom $2x^2+(p+2)x-p$ ima tačno jedan pozitivan realan koren. Tada ta vrednost realnog parametra p ispunjava:

(A) $p\in(-\infty,-10]$ (B) $p\in(-10,-1]$ (C) $p\in(-1,0]$ (D) $p\in(0,10]$ (E) $p\in(10,\infty]$ (N)

5. Skup rešenja nejednačine $\frac{x^2+x-2}{x^2-4}<-1$ je dat sa:

(A) $(-\infty,-2)\cup(-2,2)$ (B) $(-\infty,-2)$ (C) $(\frac{3}{2},2)$ (D) $(\frac{5}{3},2)$ (E) $(2,\infty)$ (N)

6. Ako je $a=\cos 83^\circ\cos 37^\circ-\sin 83^\circ\sin 37^\circ$ i $b=\log_{3/4}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)$, onda je tačan iskaz:

(A) $a+b=0$ (B) $a-b=0$ (C) $a^2=0$ (D) $|a|>|b|$ (E) $|a|<|b|$ (N)

7. Broj rešenja jednačine $\cos 2x=1-2\sin x+\sqrt{3}\sin 2x$ u intervalu $(0,\pi)$ iznosi:

(A) bar 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0 (N)

8. Neka su tačke $(0,n_1)$ i $(0,n_2)$ preseci sa y-osom onih tangenti elipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ koje sa pozitivnim delom x-ose određuju ugao $\pi/4$. Tada vrednost $n_1\cdot n_2$ iznosi:

(A) -5 (B) -1 (C) 1 (D) 5 (E) 25 (N)

9. Koliko se četvorocifrenih brojeva može napisati koristeći cifre $1,3,5,7,9$, takvih da se među ciframa bar jednom pojavljuje cifra 1.

(A) 8704 (B) 625 (C) 504 (D) 369 (E) 96 (N)

10. Neka je dat trapez čije su kraća osnovica i kraci dužine 2, a duža osnovica sa kracima zaklapa dva puta manji ugao od ugla između kraće osnovice i kraka. Površina takog trapeza iznosi:

(A) $2\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) 9 (E) $3\sqrt{3}$ (N)

11. Neka su x i y rešenje sistema jednačina $\left\{ \begin{array}{l} \log_2(x+2)^3 + \log_3(y+1)^2 = 6 \\ \log_4(x+2)^4 + \log_9 \dfrac{1}{y+1} = 4 \end{array} \right\}$ tada $x \cdot y$ iznosi:

(A) 1/9 (B) 0 (C) 1 (D) 4 (E) 9 (N)

12. Za funkciju $f(x) = e^{x+3} - x$ minimalna vrednost na intervalu $[-4, 0]$ iznosi:

(A) -3 (B) $e^{-1} + 4$ (C) 4 (D) e^3 (E) $e^4 - 1$ (N)

13. Rešenje jednačine $5^{2+4+6+\cdots+2n} = 0.04^{-21}$ $(n \in N)$, pripada:

(A) $(0, 3]$ (B) $(3, 6]$ (C) $(6, 9]$ (D) $(9, 12]$ (E) $(12, +\infty)$ (N)

14. Skup rešenja nejdnačine $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^x$ je skup $[a, b)$ takav da je proizvod $a \cdot b$ jednak:

(A) $+\infty$ (B) 2 (C) 0 (D) -2 (E) -4 (N)

15. Kompleksnih brojeva $z = x + iy$, $x \in N_0$, $y \in R$ za koje je tačna jednakost $z \cdot |z| + 4z + 5\overline{z} + 2i = 0$ ima:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $34\sqrt{2}$ (E) više od tri ali konačno mnogo (N)

16. Prave p i q sadrže tačku $T(3.6, 4.8)$, međusobno su normalne i sa x-osom određuju trougao površine 24. Obim trougla je:

(A) 18 (B) 20 (C) 22 (D) 22.5 (E) 24 (N)

17. Ako se broj $b = 0.987987\ldots = 0.\overline{987}$ napiše u obliku $\dfrac{p}{q}$, $p \in Z, q \in N$, gde su p i q uzajamno prosti brojevi $((p, q) = 1)$, onda je zbir $p + q$ jednak:

(A) 662 (B) 1986 (C) 65 (D) 260 (E) 14 (N)

18. Ako su x_1, x_2, x_3 rešenja jednačine $8x^3 + x + 125 = 0$, onda je vrednost izraza $x_1 + x_2 + x_3 - x_1x_2x_3$ jednaka:

(A) 125/8 (B) 25/4 (C) 25 (D) $-25/4$ (E) $-125/8$ (N)

19. Ako x zadovoljava jednačinu $\sqrt[3]{x+9} - \sqrt[3]{x-9} = 3$, onda x^2 pripada intervalu:

(A) $[0, 60)$ (B) $[60, 70)$ (C) $[70, 80)$ (D) $[80, 90)$ (E) $[90, \infty)$ (N)

20. U pravu kupu visine H i poluprečnika osnove R upisan je valjak maksimalne površine omotača. Poluprečnik osnove r i visina h tog valjka su jednaki:

(A) $r = \frac{1}{3}R$, $h = \frac{1}{3}H$ (B) $r = \frac{1}{3}R$, $h = \frac{1}{2}H$ (C) $r = \frac{1}{2}R$, $h = \frac{1}{2}H$

(D) $r = \frac{1}{2}R$, $h = \frac{1}{3}H$ (E) $r = \frac{1}{4}R$, $h = \frac{1}{4}H$ (N)

Rešenje testa iz srednjoškolske matematike (22222)

1. (A) Neka je $\frac{116690151}{427863887} = a$. Vrednost datog izraza je

$$A = \left(a \cdot \left(3 + \frac{2}{3}\right)\right)^{-2} - \left(\frac{1}{a} \cdot \left(1 - \frac{8}{11}\right)\right)^{-2} = \left(\frac{11}{3} a\right)^{-2} - \left(\frac{3}{11} \frac{1}{a}\right)^{-2} = b^{-2} - \left(\frac{1}{b}\right)^{-2}.$$

Kako je $b = \frac{11}{3} a = \frac{11}{3} \frac{116690151}{427863887} = \frac{1283591661}{1283591661} = 1$, imamo $A = 1^{-2} - 1^{-2} = 0$.

2. (D) Jednostavno se utvrđuje da samo iskaz (I) nije tačan. Odatle na osnovu tablice logičkih operacija sleduje tvrđenje.

3. (C) Primenom pojma logaritma nalazimo

$$\log_{1/9}\left(\log_{1/2} \frac{1}{2} \cdot \log_{1/2} 8\right) = \log_{1/9}(-1 \cdot -3) = \log_{1/9} 3 = -\frac{1}{2}.$$

4. (A) Koreni polinoma su $x_{1,2} = \frac{-(p+2) \pm \sqrt{(p+2)^2 + 8p}}{4} = \frac{-p-2 \pm \sqrt{p^2 + 12p + 4}}{4}$. Oni su jednaki i pozitivni realni brojevi ako i samo ako su zadovoljeni uslovi:

$$p^2 + 12p + 4 = 0 \quad \text{i} \quad x_1 = x_2 = \frac{-p-2}{4} > 0.$$

Odatle dobijamo uslove za tražene vrednosti parametra p:

$$p^2 + 12p + 4 = 0 \iff p_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 16}}{2} = -6 \pm 4\sqrt{2}$$

i

$$\frac{-p-2}{4} > 0 \iff p + 2 < 0 \iff p < -2.$$

Na osnovu prethodnih uslova zaključujemo da postoji samo jedna vrednost: $p = -6 - 4\sqrt{2} \in (-\infty, -10]$.

5. (C) Domen nejednačine je $\mathcal{D} = R \setminus \{-2, 2\}$. Tada za $x \in \mathcal{D}$ važi:

$$\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4} < -1 \iff \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4} + 1 < 0 \iff \frac{2x^2 + x - 6}{x^2 - 4} < 0.$$

Kvadratni trinom $P(x) = 2x^2 + x - 6$ je konveksan i ima korene $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \{-2, \frac{3}{2}\}$. Kvadratni trinom $Q(x) = x^2 - 4$ je konveksan i ima korene $x_{1,2} = \pm 2$. Na osnovu tablice znakova:

-2 $\quad 3/2$ $\quad 2$

$P(x)$	+	−	+	+
$Q(x)$	+	−	−	+
$P(x)/Q(x)$	+	+	−	+

zaključujemo da je traženi skup (svih) rešenja nejednačine određen kao skup: $\mathcal{S} = (\frac{3}{2}, 2)$.

6. (A) Primenom adicione teoreme za kosinus zbira dva ugla imamo:

$$a = \cos(83^\circ + 37^\circ) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}.$$

Sa druge strane, za broj b, nalazimo:

$$b = \log_{3/4} \frac{\sqrt{3}}{2} = \log_{3/4} \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \log_{3/4} \frac{3}{4} = \frac{1}{2}.$$

Dakle, tačan je iskaz $a + b = 0$.

7. (D) Izvršimo niz transformacija posmatrane trigonometrijske jednačine:

$$\begin{aligned} & \cos 2x = 1 - 2\sin x + \sqrt{3}\sin 2x \\ \iff\; & \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x + \sqrt{3}\, 2\sin x\cos x \\ \iff\; & 2\sin^2 x - 2\sin x + 2\sqrt{3}\sin x\cos x = 0 \\ \iff\; & 2\sin x \cdot (\sin x - 1 + \sqrt{3}\cos x) = 0 \\ \iff\; & 4\sin x \cdot (\tfrac{1}{2}\sin x + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \tfrac{1}{2}) = 0 \\ \iff\; & 4\sin x \cdot (\sin(x + \tfrac{\pi}{3}) - \tfrac{1}{2}) = 0. \end{aligned}$$

Samim tim polazna jednačina je je ekvivaletna sa disjunkcijom: $\sin x = 0$ ili $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$. Odatle nalazimo: $x = k\pi$ ili $x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ili $x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, za $k \in Z$. Konačno, opšte rešenje je:

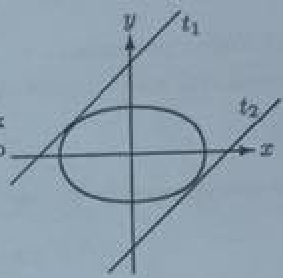
$$x = k\pi \text{ ili } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ili } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi.$$

za $k \in Z$. Dakle broj rešenja posmatrane jednačine u intervalu $(0, \pi)$ iznosi 1.

8. (A) Tražene tangente t su oblika:

$$y = kx + n = \mathrm{tg}(\pi/4)x + n = x + n,$$

tj. imaju koeficijent $k = 1$. Sa obzirom da su poluose elipse $a = 2$ i $b = 1$ presek tangente t elipse i y-ose (ordinate) su tačke $(0, n)$, gde nepoznato n određujemo iz uslova tangiranja:

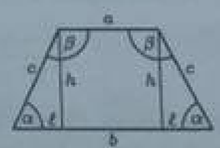


$$a^2k^2 + b^2 = n^2 \iff 2^2 1^2 + 1^2 = n^2 \iff n^2 = 5.$$

Samim tim za $n_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ nalazimo $n_1 \cdot n_2 = -5$.

9. (D) Traženi broj n možemo dobiti tako što ćemo od ukupnog broja 4-cifrenih brojeva napisanih pomoću cifara $1, 3, 5, 7, 9$ oduzeti broj 4-cifrenih brojeva napisanih pomoću cifara $3, 5, 7, 9$ (tj. bez ijedne cifre 1). Tako dobijamo $n = 5^4 - 4^4 = 625 - 256 = 369$.

10. (E) Neka je $a = 2$ kraća osnovica, b duža osnovica, neka su $c = 2$ kraci, i neka je α oštar, a β tup ugao trapeza. Neka je h visina trapeza, i $\ell = \frac{b-1}{2}$ (vidi sliku). Iz $\beta = 2\alpha \wedge \alpha + \beta = 180^\circ$ sledi $\alpha = 60^\circ$. Iz $\sin\alpha = \frac{h}{2}$ tj. sledi $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{2}$ sledi $h = \sqrt{3}$. Dalje dobijamo $\ell = \sqrt{c^2 - h^2} = 1$ i $b = a + 2\ell = 4$. Konačno, površina trapeza je $P = \frac{a+b}{2}h = 3\sqrt{3}$.



11. (B) Sistem je definisan za one vrednosti x, y za koje je:

$$\begin{aligned} & \Big((x+2)^3 > 0 \wedge (y+1)^2 > 0 \wedge (x+2)^4 > 0 \wedge \frac{1}{y+1} > 0\Big) \\ \iff & \Big(x+2 > 0 \wedge y+1 \neq 0 \wedge x+2 \neq 0 \wedge y+1 > 0\Big) \\ \iff & \Big(x > -2 \wedge y \neq -1 \wedge x \neq -2 \wedge y > -1\Big) \end{aligned}$$

Odatle domen sistema je $\mathcal{D} = \{(x,y) \mid x > -2 \wedge y > -1\}$. Za $(x,y) \in \mathcal{D}$ važi: $\log_2(x+2)^3 = 3\log_2(x+2)$, $\log_3(y+1)^2 = 2\log_3(y+1)$, $\log_4(x+2)^4 = 4\log_{2^2}(x+2) = 4\frac{1}{2}\log_2(x+2) = 2\log_2(x+2)$, $\log_9 \frac{1}{y+1} = \log_{3^2}(y+1)^{-1} = -\frac{1}{2}\log_3(y+1)$. Samim tim, polazni sistem je ekvivalentan sa sistemom:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3\log_2(x+2) + 2\log_3(y+1) = 6 \\ 2\log_2(x+2) - \frac{1}{2}\log_3(y+1) = 4 \end{array} \right\}.$$

Uvedimo smene $p = \log_2(x+2)$ i $q = \log_3(y+1)$, sa kojima dobijamo linearan sistem:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3p + 2q = 6 \\ 2p - \frac{1}{2}q = 4 \end{array} \right\}.$$

Rešenje prethodnog linearnog sistema je $p = 2$ i $q = 0$. Vraćanjem smene dobijamo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_2(x+2) = 2 \\ \log_3(y+1) = 0 \end{array} \right\} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+2 = 2^2 = 4 \\ y+1 = 3^0 = 1 \end{array} \right\} \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 0 \end{array} \right\}.$$

Kako je $(2,0) \in \mathcal{D}$, sistem ima jedno rešenje $x = 2$ i $y = 0$. Konačan odgovor je $x \cdot y = 0$.

12. (C) Za funkciju $f(x) = e^{x+3} - x$ nalazimo prvi izvod $f'(x) = e^{x+3} \cdot 1 - 1 = e^{x+3} - 1$. Iz jednačine $f'(x) = e^{x+3} - 1 = 0$ nalazimo $x_0 = -3 \in [-4, 0]$ kao stacionarnu tačku. Na osnovu drugog izvoda $f''(x) = e^{x+3} \cdot 1 - 0 = e^{x+3}$ i $f''(-3) = 1 > 0$, sledi da je $x_0 = -3$ tačka lokalnog minimuma funkcije $f(x)$ na intervalu $[-4, 0]$. Konačno, na osnovu vrednosti:

$$f(-4) = e^{-1} + 4\ (> 4), \qquad f(-3) = e^{-3+3} - (-3) = 4, \qquad f(0) = e^3\ (> 2^3 > 4),$$

minimalna vrednost je $y_0 = f(x_0) = f(-3) = 4$.

13. (B) Kako je $2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = n(n+1)$ i $0.04^{-21} = 25^{21} = 5^{42}$, data jednačina postaje $5^{n(n+1)} = 5^{42}$. Odavde je $n(n+1) = 42 \Rightarrow n = 6 \in N$. Kao što se vidi, ovo rešenje pripada intervalu $(3, 6]$.

14. (E) Važi:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x+2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{x} \Longleftrightarrow \sqrt{x+2} > x \qquad (x \geq -2),$$

jer je osnova $\dfrac{1}{5} \in (0,1)$. Dalje rešavamo nejednačinu $\sqrt{x+2} > x$ razlikovanjem slučajeva:

1°. $x \in [-2, 0)$, tada nejednačina $\underbrace{\sqrt{x+2}}_{(\geq 0)} > \underbrace{x}_{(<0)}$ je trivijalno tačna.

2°. $x \geq 0 \land \sqrt{x+2} > x \iff x \geq 0 \land x^2 - x - 2 < 0 \iff x \in [0, 2)$.

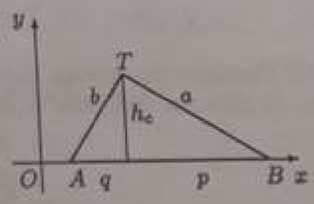
Konačan odgovor: $x \in [-2, 0) \cup [0, 2) = [-2, 2) = [a, b)$, tj. $a \cdot b = -4$.

15. (B) Kako je $\overline{z} = x - iy$, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, data jednačina se svodi na sistem

$$x\sqrt{x^2 + y^2} + 9x = 0, \quad y\sqrt{x^2 + y^2} - y + 2 = 0.$$

Prva jednačina je zadovoljena samo za $x = 0 (\in N_0)$. Za ovu vrednost x druga jednačina se svodi na jednačinu $y|y| - y + 2 = 0$. Za $y > 0$ dobijamo kvadratnu jednačinu $y^2 - y + 2 = 0$, koja nema realna rešenja; a za $y \leq 0$ dobijamo kvadratnu jednačinu $y^2 + y - 2 = 0$, čije je jedino negativno rešenje $y = -2$. Dakle, data jednačina ima jedno rešenje $z = 0 + (-2)i = -2i$.

16. (E) Rešenje 1 (geometrijsko). Ordinata tačke T je hipotenuzina visina pravouglog trougla ABT, tj.



$$h_c = 4.8 = \frac{24}{5}.$$

Ako su c i P redom hipotenuza i površina trougla, važi jednakost:

$$ch_c = 2P \implies c = \frac{2P}{h_c} = \frac{48 \cdot 5}{24} = 10.$$

Neka su p i q projekcije kateta na hipotenuzu. Ove projekcije možemo odrediti iz sistema

$$p + q = c, \qquad pq = h_c^{\,2}, \tag{1}$$

gde je druga jednačina jedan od EUKLIDovih stavova. Za $c = 10$ i $h_c = 24/5$ iz sistema (1) dobijamo $p = 18/5$ i $q = 32/5$ (ili $p = 32/5$ i $q = 18/5$).

Primenom EUKLIDovih stavova $a^2 = p \cdot c$ i $b^2 = q \cdot c$ nalazimo $a = 6$ i $b = 8$. Na osnovu toga je $a + b + c = 6 + 8 + 10 = 24$.

Rešenje 2 (analitičko). Jednačine međusobno ortogonalnih pravih koje sadrže tačku $T(x_T, y_T) = T(\frac{18}{5}, \frac{24}{5})$ glase

$$y - \frac{24}{5} = k\left(x - \frac{18}{5}\right), \quad y - \frac{24}{5} = -\frac{1}{k}\left(x - \frac{18}{5}\right).$$

Iz ovih jednačina, stavljajući $y = 0$, dobijamo apscise tačaka A i B

$$x_1 = \frac{18}{5} - \frac{24}{5k}, \quad x_2 = \frac{18}{5} + \frac{24k}{5}. \tag{2}$$

Iz činjenice da je površina trougla ABT jednaka 24 dobijamo

$$\frac{(x_2 - x_1)y_T}{2} = 24 \Longrightarrow k + \frac{1}{k} = \frac{25}{12}.$$

Ovo je kvadratna jednačina iz koje se dobija $k = 4/3$ ili $k = 3/4$. Za $k = 4/3$ iz sistema (2) izlazi $x_1 = 0, x_2 = 10$, tako da dobijamo temena trougla $A(0,0)$, $B(10,0)$. Na osnovu toga dobijamo dužine stranica trougla ABT: $AB = 10$, $AT = \sqrt{3.6^2 + 4.8^2} = \sqrt{36} = 6$, $BT = \sqrt{(3.6 - 10)^2 + 4.8^2} = \sqrt{64} = 8$, pa je obim trougla $10 + 6 + 8 = 24$.

17. (A) Broj se može prikazati u obliku

$$b = 0.987987\ldots = 987 \cdot 10^{-3} + 987 \cdot 10^{-6} + \cdots$$

Ovo je zbir opadajuće geometrijske progresije čiji je prvi član $b_1 = 987 \cdot 10^{-3}$ i količnik $q = 10^{-3}$. Imamo

$$b = \frac{b_1}{1-q} = \frac{987 \cdot 10^{-3}}{1 - 10^{-3}} = \frac{987}{1000 - 1} = \frac{987}{999}.$$

Kako je $999 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37$, $987 = 3 \cdot 7 \cdot 47$, dobijeni razlomak se može skratiti sa 3. Dakle $b = \dfrac{329}{333}$, a to je količnik uzajamno prostih brojeva p i q. Njihov zbir je $p + q = 329 + 333 = 662$.

18. (A) Vièteova pravila za ovu jednačinu glase:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0, \quad x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{1}{8}, \quad x_1x_2x_3 = -\frac{125}{8}.$$

Na osnovu toga je:

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_1x_2x_3 = \frac{125}{8}.$$

19. (D) Primenimo jednakost $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a + b)$. Ako levu i desnu stranu date jednačine dignemo na treći stepen, dobijamo

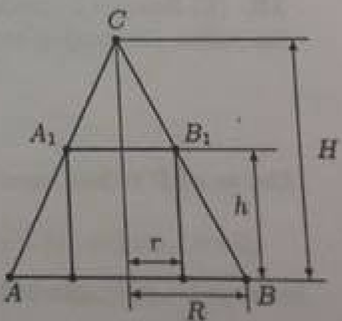
$$x + 9 - (x - 9) - 3\sqrt[3]{x^2 - 81}\left(\sqrt[3]{x + 9} - \sqrt[3]{x - 9}\right) = 27. \tag{$*$}$$

Pošto je iz početne jednačine $\sqrt[3]{x + 9} - \sqrt[3]{x - 9} = 3$, jednačina $(*)$ se svodi na

$$18 - 9\sqrt[3]{x^2 - 81} = 27 \Longrightarrow \sqrt[3]{x^2 - 81} = -1,$$

odakle je $x^2 = 80 \in [80, 90)$.

20. (C) Posmatrajmo presek kupe i valjka sa ravni koja prolazi kroz njihovu osovinu. Iz sličnosti trouglova A_1B_1C i ABC dobijamo



$$\frac{2r}{H - h} = \frac{2R}{H} \Longrightarrow r = \frac{R}{H}(H - h).$$

Površina omotača valjka je

$$M = 2\pi rh = \frac{2\pi R}{H}(Hh - h^2),$$

tj.

$$M = \frac{2\pi R}{H}\left(\left(\frac{H}{2}\right)^2 - \left(h - \frac{H}{2}\right)^2\right).$$

Maksimalno M se dobija za $h = H/2$. Za ovu vrednost H je $r = R/2$.