

## РЕШЕНИ СТАРИ РОКОВИ

### ИЗ

## ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕНИКЕ 1

Аутори: Јездимир Милошевић и Горан Беговић

Рок: Јануар 2011

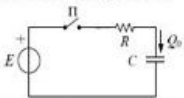
#### ПИТАЊА

1. Кондензатор произвољног облика има линеаран хомоген диелектрив, у коме нема запреминских слободних наелектрисања. Кондензатор је оптерећен. (а) Доказати да по запремини диелектрика нема везаних наелектрисања. (б) Где се налазе везана наелектрисања диелектрика?

(а)  (б)

2. Релативна пермитивност коаксијалног вода зависи само од растојања  $r$  од осе вода као  $\epsilon_r(r) = 2 \frac{b}{r}$ , где је  $b$  полупречник спољашњег проводника. Полупречник унутрашњег проводника је  $a$ . Одредити полужу капацитивност овог вода.

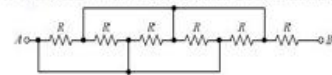
3. За коло приказано на слици познато је  $E = 10\text{ V}$ ,  $R = 10\text{ M}\Omega$  и  $C = 100\text{ }\mu\text{F}$ . Када је прекидач П отворен, познато је  $Q_0 = -1\text{ mC}$ . Израчунајте (а) рад генератора и (б) рад претворен у топлоту од тренутка затварања прекидача П до успостављања стационарног стања.



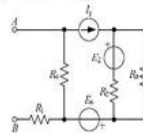
(а)   
(б)

4. Површина попречног пресека жицаног проводника је  $S = 1\text{ mm}^2$ , а специфична проводност је  $\sigma = 10\text{ MS/m}$ . У проводнику постоји стална струја јачине  $I = 10\text{ A}$ . Израчунајте полужу густину свих Шулцових губитака у овој жици.

5. Израчунајте еквивалентну отпорност мреже приказане на слици ако је  $R = 100\text{ }\Omega$ .

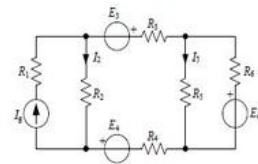


6. За мрежу приказану на слици познато је  $E_2 = 100\text{ V}$ ,  $E_6 = 25\text{ V}$ ,  $I_4 = 50\text{ mA}$ ,  $R_1 = 200\text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 100\text{ }\Omega$ ,  $R_3 = 400\text{ }\Omega$  и  $R_4 = 300\text{ }\Omega$ . Скластирати Телменков генератор за ову мрежу и израчунајте његове параметре.

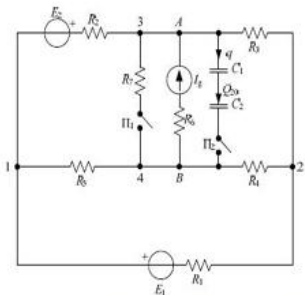


#### ЗАДАЦИ

1. За коло са слике познато је  $E_3 = 2\text{ V}$ ,  $E_4 = 4\text{ V}$ ,  $E_5 = 10\text{ V}$ ,  $R_1 = 5\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 2\text{ k}\Omega$ , и  $R_6 = 200\text{ }\Omega$ . Израчунајте снагу отпорника  $R_3$  и снагу коју развија идеални струјни генератор  $I_4$  ако је  $I_2 = 2\text{ mA}$  и  $I_3/I_2 = 8$ .



2. За коло сталне струје са слике познато је  $E_1 = E_2 = 10\text{ V}$ ,  $I_4 = 40\text{ mA}$ ,  $R_0 = R_2 = R_3 = 500\text{ }\Omega$ ,  $R_4 = R_5 = 1\text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 2\text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 1\text{ }\mu\text{F}$  и  $C_2 = 2\text{ }\mu\text{F}$ . Прекидач  $\Pi_1$  је затворен, а прекидач  $\Pi_2$  отворен. При томе је оптерећен кондензатор  $C_2$ ,  $Q_{20} = 5\text{ }\mu\text{C}$ , док је кондензатор  $C_1$  неоптерећен. Прво се затвори прекидач  $\Pi_2$ , па се по достигнутом стационарном стању у колу, отвори прекидач  $\Pi_1$ . Од тренутка отварања прекидача  $\Pi_1$ , па до успостављања новог стационарног стања, приштајте снаге коју развија идеални струјни генератор је  $\Delta P_1 = 0,6\text{ W}$ . Израчунајте (а) отпорност  $R_7$  и (б) проток  $q$  кроз грану са кондензаторима од отварања прекидача  $\Pi_1$  до успостављања стационарног стања.



JAH 2011



1) а)  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$  (у диелектрику нема ~~слободних~~ НАЕЛЕКТРИСАЊА)

$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  и  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$(\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \vec{P}$  тј.  $\vec{E} = \frac{\vec{P}}{\epsilon - \epsilon_0} \Rightarrow \vec{D} = \frac{\epsilon \vec{P}}{\epsilon - \epsilon_0} + \vec{P}$

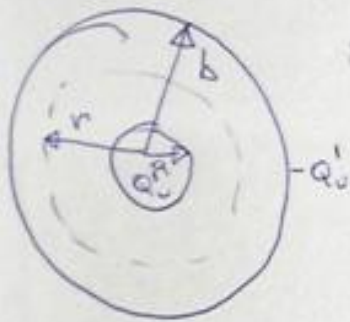
$-\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = Q_{vez}$  ...  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S \left( \frac{\epsilon - \epsilon_0 + \epsilon_0}{\epsilon - \epsilon_0} \right) \vec{P} \cdot d\vec{S}$

ЗА ХОМОГЕН И ЛИНЕАРАН  
ДИЕЛЕКТРИК  $\epsilon$   
ЈЕ КОНСТАНТА ПА ТЈАМ  $\frac{\epsilon}{\epsilon - \epsilon_0}$   
МОЖЕМО ИЗБИТИ ЧИПРЕД

$\frac{\epsilon}{\epsilon - \epsilon_0} \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \frac{\epsilon}{\epsilon - \epsilon_0} (-Q_{vez}) = 0 \Rightarrow \boxed{Q_{vez} = 0}$

б) ВЕЗАНО НАЕЛЕКТРИСАЊЕ НАЈАЗИ СЕ НА СПОЈА УЊИМ ПОВРШИНА.

2)



$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_u$   
НА РАСТОЈАЊУ  
 $r$  ЈЕ  $\vec{D}$  КОНСТАНТНО

$\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \cdot 2\pi r \vec{j}_r \cdot h = Q_u$

$E = \frac{Q_u}{4\epsilon_0 \epsilon_r \pi r h}$

$U = \int_a^b \frac{Q_u}{4\epsilon_0 \epsilon_r \pi r h} dr = \frac{Q_u}{4\epsilon_0 \epsilon_r \pi h} \ln \frac{b}{a}$

$U = \frac{Q_u}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} (b-a)$

$\Rightarrow C' = \frac{Q_u}{U} = \frac{Q_u \cdot 4\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{Q_u (b-a)} = \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{b-a}$

4)  $S = 1 \text{ mm}^2$

$\sigma = 10 \text{ MS/m}$   
 $I = 10 \text{ A}$

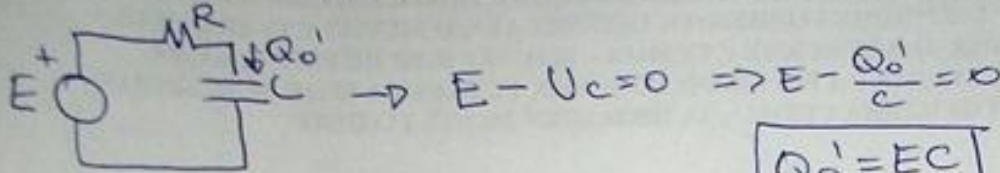
$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S}$       $R' = \frac{1}{\sigma S}$

$P' = I^2 R' = 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{10 \times 10^6 \times 10^{-6}} = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}}$





③  $E = 10V$   $R = 10 \Omega$   $C = 100nF$   $Q_0 = -1 \mu C$



$Q_0' = EC$   $Q_0' = 1 \mu C$

a)  $A_g = (Q_0' - Q_0) E = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 = 20 \mu J$

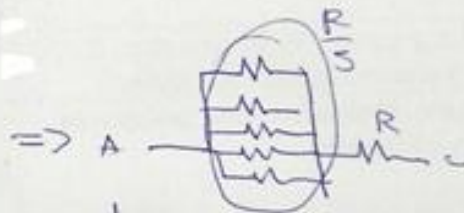
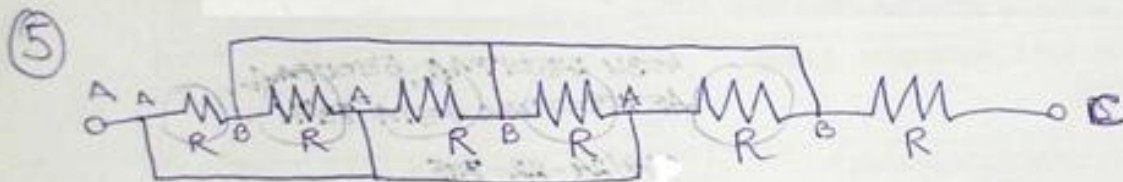
ОШТАКО КОЈИКО ГЕНЕРАТОР ПРЕВАЉУ НА ЕЛЕКТРИСКАНА НА  
 КОНДЕНЗАТОР ТОЈИКО ЊЕНУ БИТИ РАД  
 ГЛУПЕ ПУ РЕЧЕНИЦЕ

b) ЗАКОН ОДРЖА НА ЕНЕРГИЈЕ

$\frac{1}{2} Q_0^2 C + A_g = A_{gubitaka} + \frac{1}{2} Q_0'^2 C$   $|Q_0| = Q_0'$

$A_{gubitaka} = A_g = 20 \mu J$

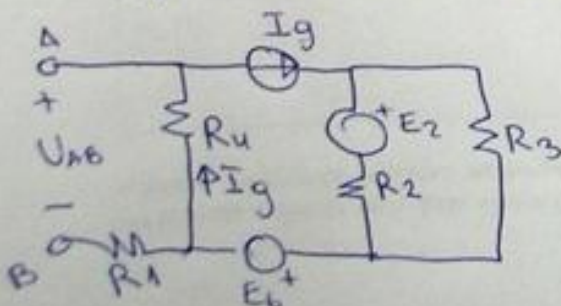
ОВО ЈЕ ИЗГУБИЈЕНА ЕНЕРГИЈА



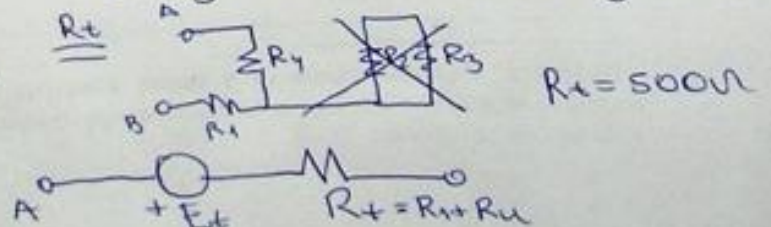
$R_e = R + \frac{R}{5} = \frac{6R}{5} = 120 \Omega$

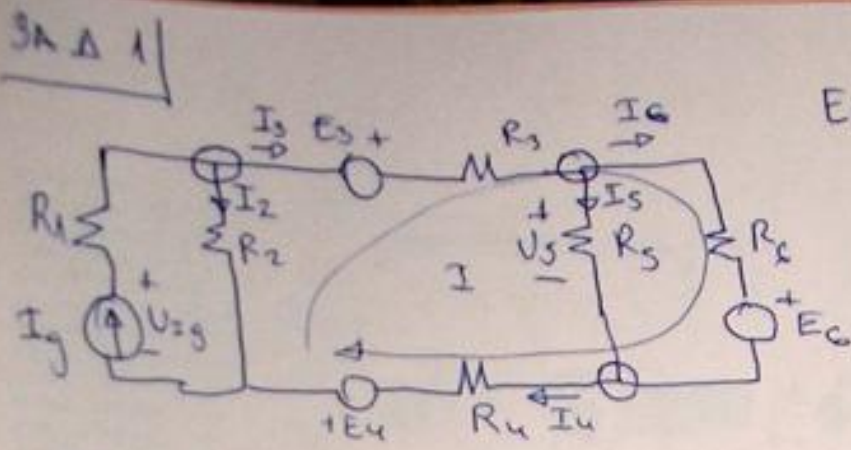
⑥  $E_2 = 100V$   $E_6 = 25V$   $I_g = 50mA$

$R_1 = 2R_2 = 200 \Omega$   $R_3 = 400 \Omega$   $R_4 = 300 \Omega$



$U_{AB} + I_g R_4 = 0$   $U_{AB} = -I_g R_4 = -15$





$E_3 = 2V$   
 $E_4 = 4V$   
 $E_6 = 10V$   
 $R_2 = 2R_1 = 10k\Omega$   
 $R_4 = R_3 = 2k\Omega$   
 $R_6 = 200\Omega$

$P_{R_5} = ?$   
 $P_{I_g} = ?$



$I_5 = 8I_2 = 16\mu A$

$I_g = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_g - I_2$

$I_3 = I_5 + I_6 = I_g - I_2 \Rightarrow I_6 = I_g - I_2 - I_5 = I_g - 9I_2$

$I_4 = I_5 + I_6 = I_g - I_2$

$E_3 - I_3 R_3 - I_6 R_6 - E_6 - I_4 R_4 + E_4 = 0$

$E_3 - \underbrace{I_g R_3 + I_2 R_3}_{-I_3 R_3} - \underbrace{I_g R_6 + 9R_6 I_2}_{-I_6 R_6} - E_6 - \underbrace{I_g R_4 + I_2 R_4}_{I_4 R_4} + E_4 + I_2 R_2 = 0$

$\frac{E_3 + E_4 - E_6 + I_2(R_3 + 9R_6 + R_4 + R_2)}{R_4 + R_6 + R_3} = I_g$

$\frac{-4 + \frac{2}{1000} (1000 + 1800 + 2000)}{2000 + 200 + 1000} = I_g \Rightarrow I_g = 8\mu A$

$U_{I_g} - I_g R_1 - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow U_{I_g} = \left( \frac{8}{1000} \cdot 5000 + \frac{2}{1000} \cdot 10000 \right) V = 60V$

$P_{I_g} = \frac{60 \cdot 8}{1000} W = 480\mu W$

$U_5 - I_6 R_6 - E_6 = 0$

$U_5 = 10V + (8\mu A - 18\mu A) \cdot 200\Omega = 2V$

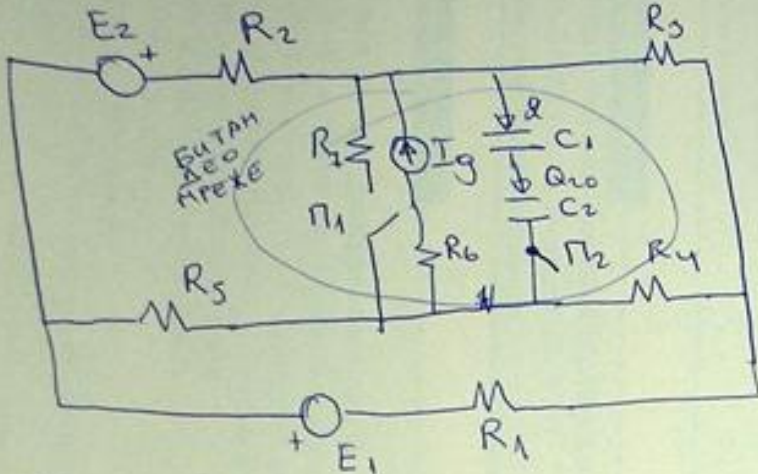
$U_5 = 2V$

$P_{R_5} = I_5 U_5 = 8 \cdot 16\mu W = 128\mu W$





ЗАДАТКА 2



$$R_4 = R_5 = 2R_1 = 2R_2 = 2R_3 = 1k\Omega$$

$$R_6 = 2k\Omega \quad E_1 = E_2 = 10V$$

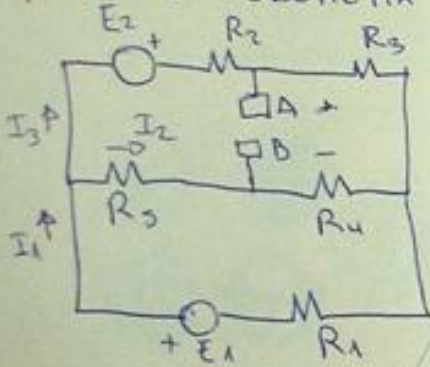
$$C_2 = 2C_1 = 2\mu F$$

$$Q_{10} = 5nC$$

$$I_g = 40mA$$

1.  $\Pi_2$  ОТВ  $\Pi_1$  САТ      2.  $\Pi_2$  САТ      3.  $\Pi_1$  ОТВ      СТА 4. СТАКЕ  
 $\Delta P_{I_g} = 0.6W$   
 $g?$

ТРАЖЕЊЕ ТЕРЕНЕ НА



$$E_1 - I_1 R_1 - I_2 (R_5 + R_4) = 0$$

$$E_1 - I_1 R_1 + E_2 - I_3 (R_2 + R_3) = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$E_1 - I_3 R_1 - I_2 (R_1 + R_4 + R_5) = 0 \quad / \cdot - \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_4 + R_5}$$

$$E_1 + E_2 - I_2 R_1 - I_3 (R_2 + R_3 + R_1) = 0$$

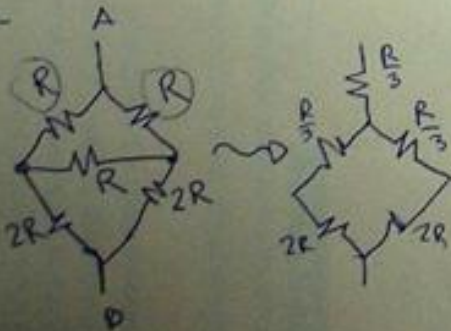
$$\frac{4}{5} E_1 + E_2 - I_3 (R_2 + R_3 + R_1 - \frac{1}{5} R_1) = 0$$

$$I_3 = \frac{8V + 10V}{(500 + 500 + 400)\Omega} = \frac{18}{1400} A$$

$$U_{NO} = I_3 R_3 + I_2 R_4 = 0$$

$$E_t = -10 \frac{500}{1400} + \frac{18}{1400} \cdot 500 V = \frac{70}{14} V = 5V$$

$R_T$



$$R_T = \frac{R}{3} + \frac{\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{3} R}{\frac{14}{3} R} = \frac{2+7}{6} R = \frac{9}{6} R$$

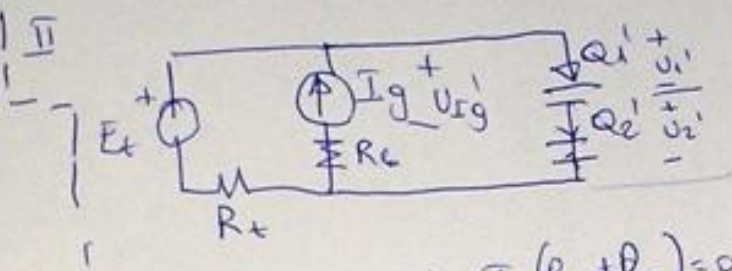
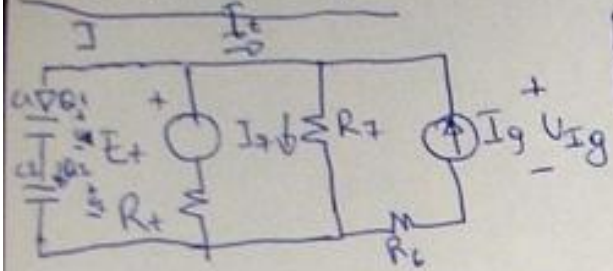
$$R_T = 750\Omega$$





СНАГА ГЕНЕРАТОРА  $R_7 ???$

I A затворен  
II A отворен  $\Delta P_{Ig} = 0.6 W$



$$I_g + I_t R_7 \quad E_t - I_t R_t - I_t R_7 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$E_t - I_t R_t - I_t R_7 - I_g R_7 = 0$$

$$E_t - U_{Ig}' + I_g (R_t + R_c) = 0$$

$$I_t = \frac{E_t - I_g R_7}{R_t + R_7} \quad R_7 = \frac{E_t - I_t R_t}{I_t + I_g}$$

$$U_{Ig}' = E_t + I_g (R_t + R_c)$$

$$U_{Ig}' = 5 V + \frac{4 \cdot 27.5}{100} V$$

$$U_{Ig} = 1.45 V$$

$$P_{Ig}' = 115 \cdot \frac{4}{100} = 4.6 W$$

$$P_{Ig}' - P_{Ig} = \Delta P_{Ig}$$

$$P_{Ig} = 4 W$$

$$U_{Ig} + I_t R_t - E_t - I_g R_c = 0$$

$$U_{Ig} = E_t + I_g R_c - I_t R_t$$

$$P_{Ig} = U_{Ig} I_g = E_t I_g + I_g^2 R_c - I_t I_g R_t$$

$$5 \cdot \frac{4}{100} + \frac{4}{100} \cdot \frac{4}{100} \cdot \frac{2}{1000} - I_t \cdot \left( \frac{4}{100} \cdot 27.5 \right) = 4 W$$

$$0.2 + 3.2 - 4 W = -0.6 W$$

$$I_t = -\frac{6}{300} A \Rightarrow R_7 = \frac{5V + \frac{4}{300} \cdot 27.5}{\frac{4}{300} - \frac{1}{50} I_t} = 2050 \Omega = 1k\Omega$$

КОНДЕНЗАТОРИ

$$-Q_1 + Q_2 = Q_{20} \quad -Q_1' + Q_2' = Q_{20}$$

$$E_t - I_t R_t = \frac{Q_1 + Q_{20}}{C_2} + \frac{Q_1'}{C_1} \quad E_t + I_g R_t = \frac{Q_1' + Q_{20}}{C_1} + \frac{Q_2'}{C_2}$$

$$E_t + I_g R_t - I_t I_t R_t = \frac{Q_1 + Q_{20}}{C_2} + \frac{Q_1 - Q_1'}{C_1}$$

$$2 = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) 10^{-6}} C = \frac{15}{1.5} 10^{-6} = 10 nC$$